Clase 4[1] - Electrostática de los semiconductores

Semiconductores con dopaje no uniforme en equilibrio térmico

Contenido:

1. Semiconductor no-uniformemente dopado.
2. Aproximación de cuasi-neutralidad.
3. Relación de Boltzmann.
4. "Regla de los 60 mV"

Lectura recomendada:

- Müller, Kamins, "Device Electronics for Integrated Circuits", Ch. 1, §§1.1; Ch. 4, §§4.1.
- Pedro Julian, "Introducción a la Microelectronica", Ch. 2. §§2.5.
- Howe, Sodini, "Microelectronics: An Integrated Approach", Ch. 3, §§3.1–3.2.

[1] Esta clase es una traducción, realizada por los docentes del curso "Dispositivos Semiconductores" de la FIUBA, de la correspondiente hecha por el prof. Jesús A. de Alamo para el curso "6.012 - Microelectronic Devices and Circuits" del MIT. Cualquier error debe adjudicarse a la traducción.

Resumen de las clases anteriores:

- En un semiconductor es posible encontrar dos tipos de portadores: electrones y huecos.
- En equilibrio térmico la generación y recombinación hacen que $n_o p_o = n_i^2$; la concentración n_i aumenta con la temp.
- Al contaminar con ciertos átomos de grupos III o V con concentraciones N_a ó N_d se modifican n_o y p_o.
- Para un semiconductor dopado, si:
  $N_d >> n_i$ o $N_a >> n_i \rightarrow n_o \simeq N_d$ o $p_o \simeq N_a$
  La concentración de mayoritarios casi no depende de la temp. en este caso.
- Existen dos mecanismos de transporte: arrastre (drift) o difusión (difussion).
- El arrastre se da cuando existe un campo eléctrico, por la velocidad que ganan los portadores entre colisión y colisión :
  $J^{arr} = J_n^{arr} + J_p^{arr} = q(n\,\mu_n + p\,\mu_p)E$
- La movilidad decrece con la temperatura y con el dopaje (a dopajes altos).

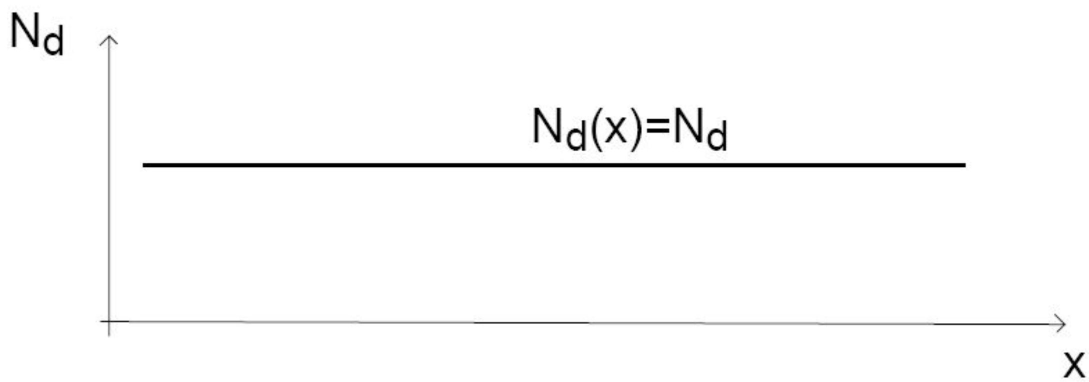
- La difusión se da cuando existe un gradiente en la concentración de portadores, que difunden debido a su movimiento térmico:
$$J^{dif} = qD_n\frac{dn}{dx} - qD_p\frac{dp}{dx}$$
- Existe una relación entre las constantes asociadas a difusión y arrastre, dada por la relación de Einstein:
$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$

Preguntas disparadoras

- ¿Es posible tener un campo eléctrico dentro de un semiconductor en equilibrio térmico?
- Si hay un gradiente de dopaje en un semiconductor, ¿cuál es la concentración de portadores mayoritarios resultante en equilibrio térmico?

1. Semiconductor no-uniformemente dopado en equilibrio térmico

Consideremos primero Si tipo N *uniformemente dopado* en equilibrio térmico:



Tipo N $\Rightarrow$ muchos electrones, pocos huecos
$\Rightarrow$ nos concentramos en los electrones

$$n_o = N_d \quad \text{independiente de } x$$

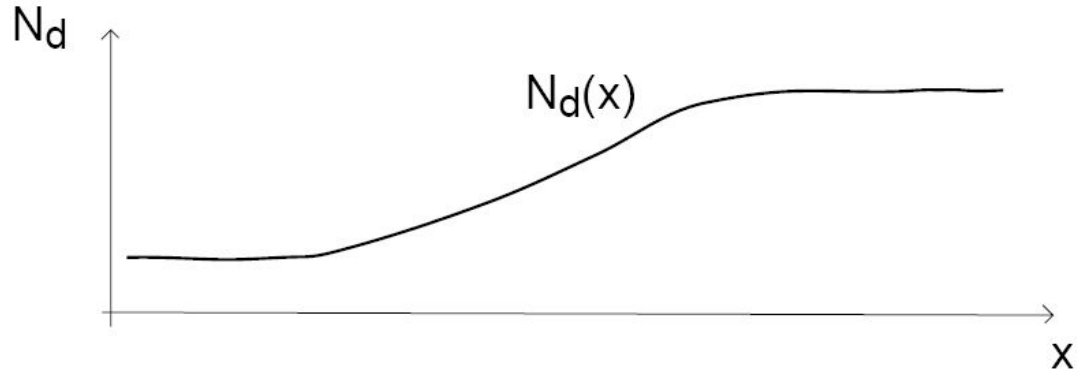
$$N_d\text{: Carga positiva; } n_o\text{: Carga negativa}$$

Densidad de carga volumétrica[2] [C/cm^3]:

$$\rho = q(N_d - n_o) = 0$$

[2]Suponiendo que $N_a = 0$ y $p_o << N_d$ y por lo tanto despreciables

Luego, consideremos un trozo de Si tipo N en equilibrio térmico con una *distribución no-uniforme de dopantes*:



¿Cuál es la concentración de electrones resultante en equilibrio térmico?

Desarrollemos el concepto de *equilibrio térmico*. Por definición un sistema en equilibrio térmico no intercambia energía con el medio que lo rodea. Esto implica que:

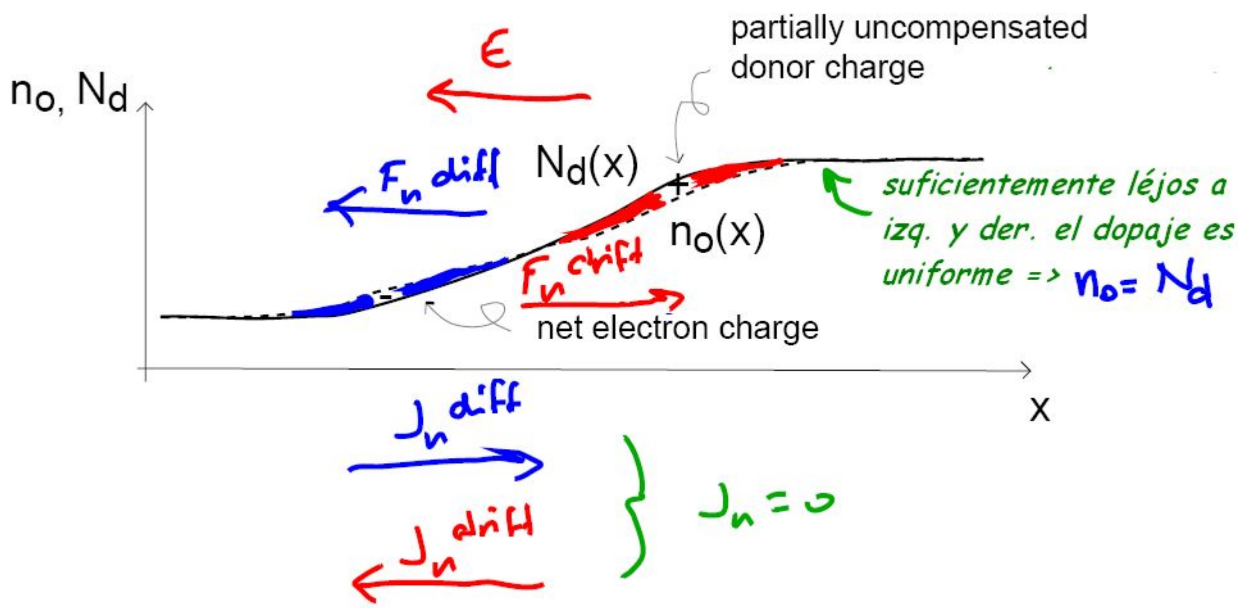
- Mantiene su temperatura constante, la generación y recombinación están compensadas y las poblaciones n_0 y p_0 no cambian
- Por tratarse de un medio resistivo, la corriente eléctrica neta es nula. Esto significa que:

$$J(x) = J^d(x) + J^a(x) = 0$$

Considerando el material dopado con $N_d(x)$ la difusión de electrones debe equilibrar exactamente al arrastre en todo punto:

$$J_n(x) = J_n^d(x) + J_n^a(x) = 0$$

¿Cuál es el $n_o(x)$ que satisface esta condición?



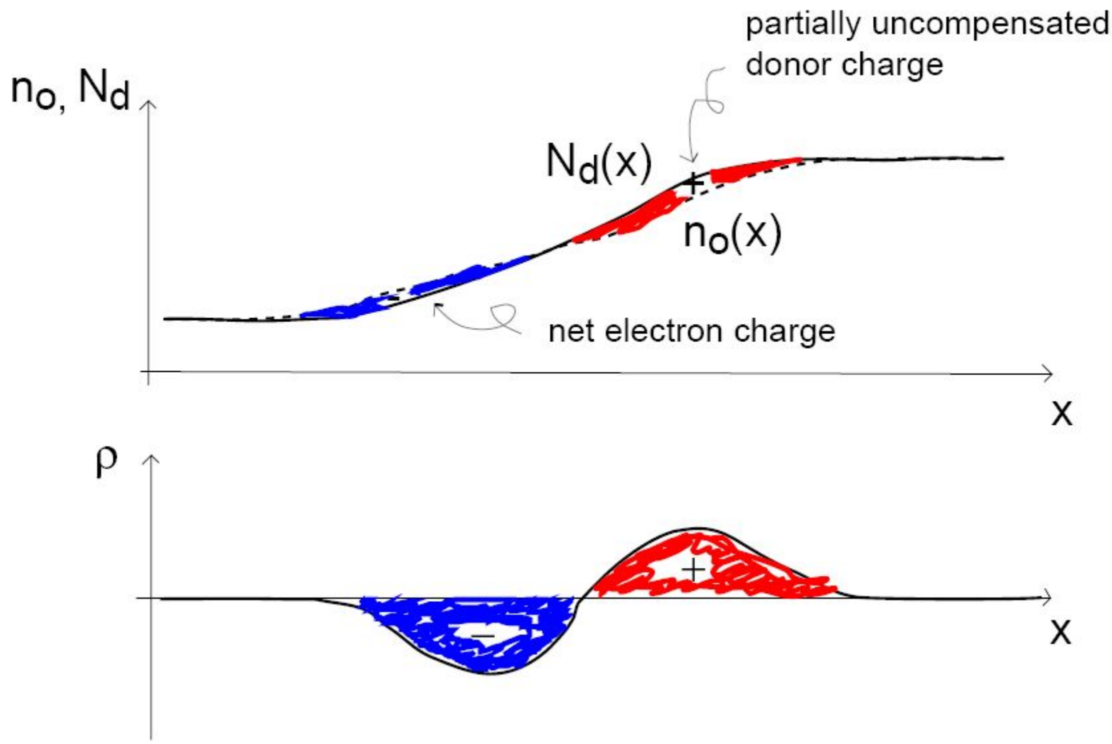
En general, luego:

$$n_o(x) \neq N_d(x)$$

¿Cuáles son las consecuencias de esto?

- *Densidad de carga espacial*[3]:

$$\rho(x) = q[N_d(x) - n_o(x)]$$



[3]Suponiendo que $N_a = 0$ y $p_o << N_d$ y por lo tanto despreciables

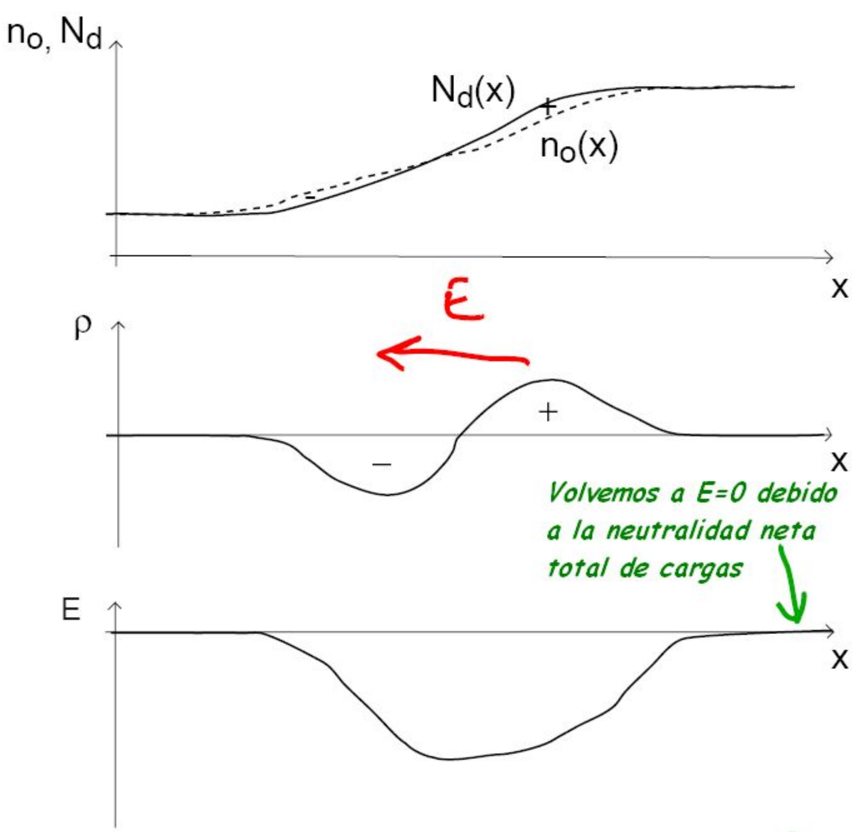
- *Campo eléctrico*:

Ecuación de Gauss:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_s}$$

Integramos desde $x = 0$ hasta x:

$$E(x) - E(0) = \frac{1}{\epsilon_s} \int_0^x \rho(x) dx$$



• *Potencial electroestático*:

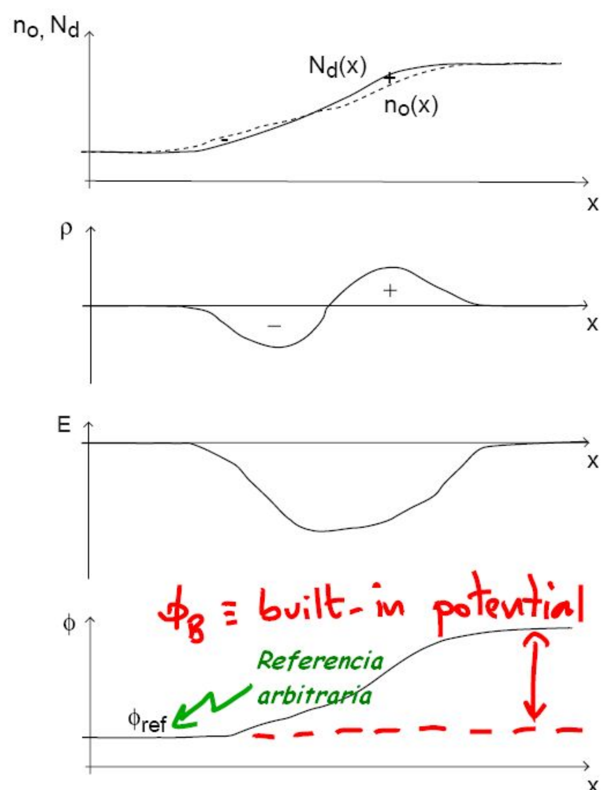
$$\frac{d\phi}{dx} = -E$$

Integramos desde $x = 0$ hasta x:

$$\phi(x) - \phi(0) = -\int_0^x E(x)dx$$

Es conveniente elegir una referencia de potencial:

$$\phi(x = 0) = \phi_{ref}$$



Dado $N_d(x)$, queremos conocer $n_o(x)$, $\rho(x)$, $E(x)$, y $\phi(x)$. Para ello escribimos las ecuaciones que describen este problema en términos de ϕ.

Equilibrio térmico:

$$J_n = q\mu_n n_o E + qD_n \frac{dn_o}{dx} = 0$$

$$-q\mu_n n_o \frac{d\phi}{dx} + qD_n \frac{dn_o}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{kT}{q}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{n_o}\frac{dn_o}{dx}\right) \tag{1}$$

Poisson:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{q}{\epsilon_s}(N_d - n_o)$$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{q}{\epsilon_s}(n_o - N_d) \tag{2}$$

Luego de (1) y (2) se obtiene:

$$\frac{d^2(\ln n_o)}{dx^2} = \frac{q^2}{\epsilon_s kT}(n_o - N_d) \tag{3}$$

Una ecuación con una incógnita. Dado $N_d(x)$, podemos resolver para $n_o(x)$ y el resto de las incógnitas, pero para la mayoría de las situaciones no existe solución analítica .

2. Aproximación de cuasi-neutralidad

$$\frac{d^2(\ln n_o)}{dx^2} = \frac{q^2}{\epsilon_s kT}(n_o - N_d)$$

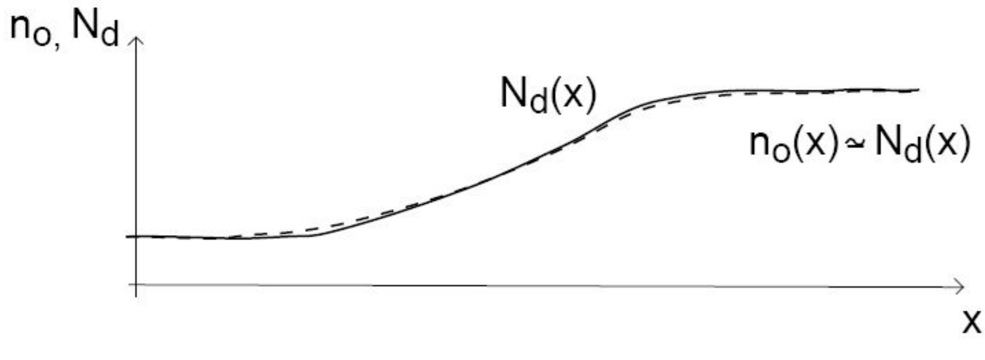
Si $N_d(x)$ cambia lentamente con x:

$\Rightarrow n_o(x)$ también cambia lentamente con x

$\Rightarrow \frac{d^2(\ln n_o)}{dx^2}$ pequeño

$\Longrightarrow \quad n_o(x) \simeq N_d(x)$

$n_o(x)$ sigue bien a $N_d(x) \Rightarrow$ mínima carga espacial $\Rightarrow$ el semiconductor es *cuasi-neutral*



La hipótesis de cuasi-neutralidad es válida si:

$$\left|\frac{n_o - N_d}{n_o}\right| \ll 1 \quad \text{o} \quad \left|\frac{n_o - N_d}{N_d}\right| \ll 1$$

3. Relación de Boltzmann

Los electrones de un SC en equilibrio térmico cumplen:

$$J_n(x) = J_n^d(x) + J_n^a(x) = 0$$

$$q\mu_n n_o E + qD_n \frac{dn_o}{dx} = 0$$

Luego,

$$\frac{\mu_n}{D_n}\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{n_o}\frac{dn_o}{dx}$$

Utilizando las relaciones de Einstein:

$$\frac{q}{kT}\frac{d\phi}{dx} = \frac{d(\ln n_o)}{dx}$$

Integrando se obtiene

$$\frac{q}{kT}(\phi - \phi_{ref}) = \ln n_o - \ln n_o(ref) = \ln \frac{n_o}{n_o(ref)}$$

$$n_o = n_o(ref) \exp\left(\frac{\phi - \phi_{ref}}{kT/q}\right)$$

Cualquier referencia sería válida, pero en esta materia asumiremos que $\phi_{ref} = 0$ cuando $n_o(ref) = n_i$.

Así obtenemos la **Relación de Boltzmann** para electrones:

$$n_o = n_i \exp\left(\frac{\phi}{kT/q}\right)$$

Si hacemos lo mismo con los huecos (comenzando con $J_p = 0$ en equilibrio térmico, o simplemente usando $n_o\, p_o = n_i^2$), obtenemos la **Relación de Boltzmann** para huecos:

$$p_o = n_i \exp\left(-\frac{\phi}{kT/q}\right)$$

Podemos reescribirlo como:

$$\phi = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n_o}{n_i}\right)$$

y

$$\phi = -\frac{kT}{q} \ln\left(\frac{p_o}{n_i}\right)$$

□ La regla de los "60 mV":

Para el Si a temperatura ambiente:

$$\phi = 25.9\,\mathrm{mV}\ \ln\left(\frac{n_o}{n_i}\right) = 25.9\,\mathrm{mV}\ \ln(10)\log\left(\frac{n_o}{n_i}\right)$$

O

$$\phi \simeq 60\,\mathrm{mV}\ \log\left(\frac{n_o}{1\times 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3}}\right)$$

Por cada década de aumento en n_o, ϕ aumenta en 60 mV a temperatura ambiente (300 K).

- Ejemplo 1:

$n_o = 1\times 10^{18}\,\mathrm{cm}^{-3} \ \Rightarrow\ \phi = 60\,\mathrm{mV}\times 8 = 480\,\mathrm{mV}.$

Para los huecos:

$$\phi = -25.9\,\mathrm{mV}\;\ln\left(\frac{p_o}{n_i}\right) = -25.9\,\mathrm{mV}\;\ln(10)\log\left(\frac{p_o}{n_i}\right)$$

O

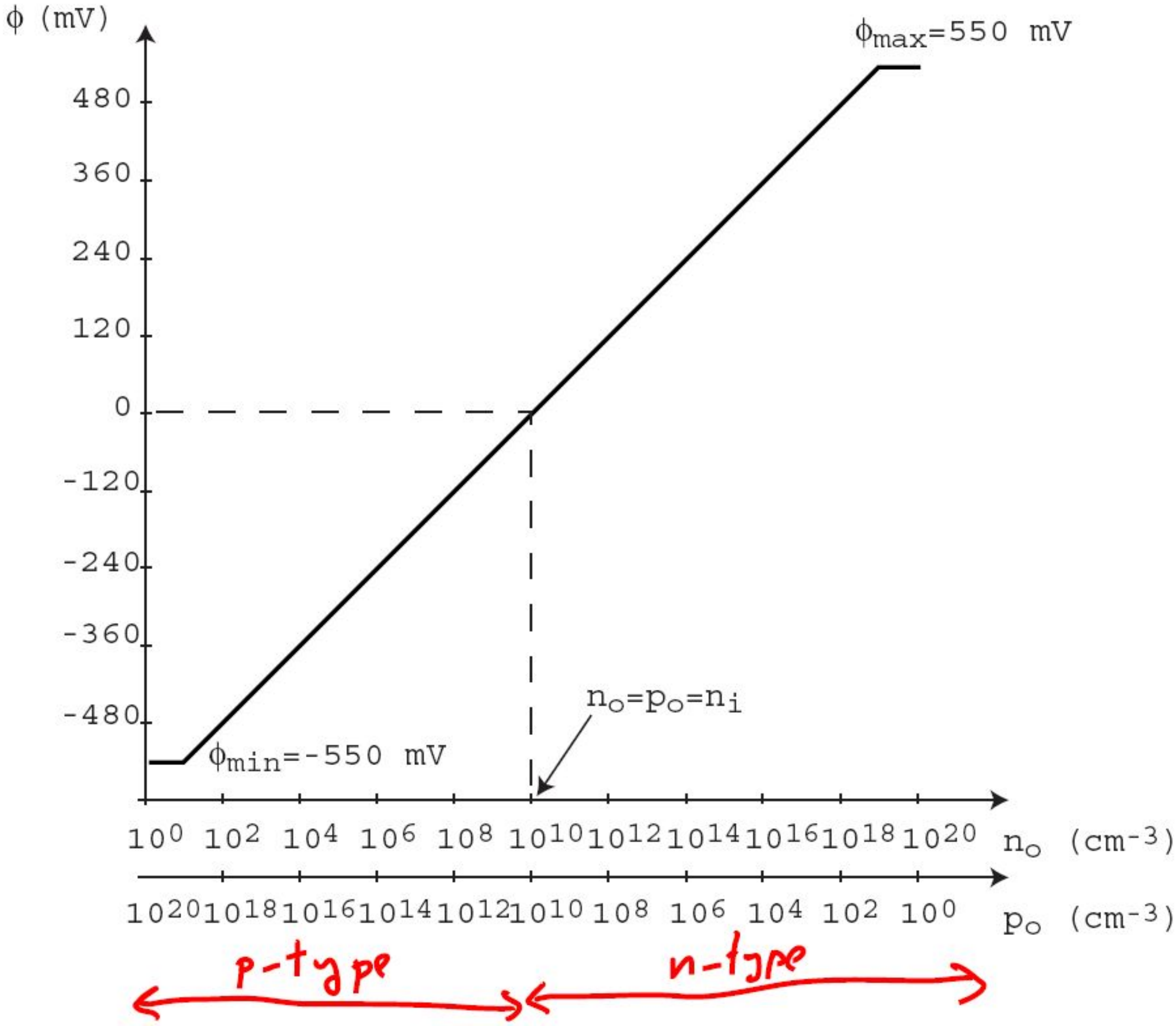
$$\phi \simeq -60\,\mathrm{mV}\;\log\left(\frac{p_o}{1\times 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3}}\right)$$

- Ejemplo 2:

$$n_o = 1\times 10^{18}\,\mathrm{cm}^{-3} \;\Rightarrow\; p_o = 1\times 10^{2}\,\mathrm{cm}^{-3}$$

$$\Rightarrow \phi = -60\,\mathrm{mV}\times(-8) = 480\,\mathrm{mV}$$

Relación entre ϕ y n_o y p_o:



Nota: ϕ no puede exceder 550 mV o ser menor a -550 mV (dopajes muy altos modifican la red cristalina de silicio alterando las propiedades semiconductoras del mismo).

• EJEMPLO 3: Calculemos la diferencia de potencial en equilibrio térmico entre una región donde $n_o = 1 \times 10^{17}\,\mathrm{cm}^{-3}$ y una región donde $p_o = 1 \times 10^{15}\,\mathrm{cm}^{-3}$:

$$\phi(n_o = 1 \times 10^{17}\,\mathrm{cm}^{-3}) = 60 \times 7 = 420\,\mathrm{mV}$$

$$\phi(p_o = 1 \times 10^{15}\,\mathrm{cm}^{-3}) = -60 \times 5 = -300\,\mathrm{mV}$$

$$\phi(n_o = 1 \times 10^{17}\,\mathrm{cm}^{-3}) - \phi(p_o = 1 \times 10^{15}\,\mathrm{cm}^{-3}) = 720\,\mathrm{mV}$$

• EJEMPLO 4: Calculemos la diferencia de potencial en equilibrio térmico entre una región donde $n_o = 1 \times 10^{20}\,\mathrm{cm}^{-3}$ y una región donde $p_o = 1 \times 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}$:

$$\phi(n_o = 1 \times 10^{20}\,\mathrm{cm}^{-3}) = \phi_{max} = 550\,\mathrm{mV}$$

$$\phi(p_o = 1 \times 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}) = -60 \times 6 = -360\,\mathrm{mV}$$

$$\phi(n_o = 1 \times 10^{20}\,\mathrm{cm}^{-3}) - \phi(p_o = 1 \times 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}) = 910\,\mathrm{mV}$$

Conclusiones principales

- Es posible tener un campo eléctrico dentro de un semiconductor en equilibrio térmico. Esto ocurre cuando hay *dopaje no-uniforme*.
- En un perfil de dopaje que varía lentamente se puede asumir que la concentración de portadores mayoritarios sigue a la concentración de dopantes.
- En equilibrio térmico se puede vincular $\phi(x)$ con la concentración de portadores a través de la *relación de Boltzmann*.